

Zadání písemné zkoušky z Matematiky 2

FSV UK, LS 2023-24

Termín číslo 2, 4. 6. 2024

1. Určete definiční obor funkce f , spočtěte její parciální derivace všude, kde existují, a napište rovnici tečné roviny v bodě $[\pi, \pi]$.

$$f(x, y) = \sin(\max\{0, x^3\}) \cdot \cos(\min\{0, y^3\}).$$

(12 bodů)

2. Nalezněte maximum a minimum funkce f na množině M .

$$f(x, y, z) = x^2 + x + 2y + z,$$
$$M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + 2y^2 = 1, x + y + z = 1\}$$

(13 bodů)

3. Mějme následující dva vztahy

$$e^{x+u} + e^{y+v} - 2 \cos(y + v) = 0,$$
$$\log(1 + x + u) + y \operatorname{arctg}(u + v) = 0.$$

Ukažte, že vztahy definují na okolí bodu $(0, 0, 0, 0)$ funkce u, v proměnných x, y třídy $\mathcal{C}^1$, pro které platí $u(0, 0) = 0, v(0, 0) = 0$. Spočtěte $\frac{\partial u}{\partial x}(0, 0)$ a $\frac{\partial u}{\partial y}(0, 0)$.

(12 bodů)

4. Spočtěte následující primitivní funkci.

$$\int \frac{e^x(e^x + 1)}{(e^{2x} + 1)(e^x + 2)} dx$$

(13 bodů)